

Programme de khôlle 4

Semaine du 27 septembre 2021

La colle se déroulera en trois temps :

1. Pratique calculatoire(10 minutes)
2. Résolution d'exercices à préparer (15 minutes)
3. Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

1 Pratique calculatoire

1. Calculer en utilisant une intégration par partie :

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t \cos t \, dt$

(b) $\int_0^2 t e^{\frac{t}{2}} \, dt$

(c) $\int_0^1 t \arctan t \, dt$

2. Effectuer le changement de variable indiqué et en déduire la valeur de l'intégrale.

(a) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \, dt$ avec $t = \sin \theta$.

(b) $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{t} + \sqrt{t^3}} \, dt$ avec $u = \sqrt{t}$.

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 t \cos t \, dt$ avec $u = \sin t$.

2 Résolution d'exercices à préparer

Chaque élève résoudra un des trois exercices :

Exercice 2.1. On considère l'intégrale

$$I = \int_0^1 \frac{\ln(t)}{\sqrt{t}} \, dt$$

En posant $u = \sqrt{t}$, montrer que I est convergente et calculer sa valeur.

Exercice 2.2. On considère l'intégrale

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(e^t + 1)(e^{-t} + 1)}$$

En posant $u = e^t$, montrer que I est convergente et calculer sa valeur.

Exercice 2.3. On considère l'intégrale

$$I = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)}}$$

En posant $t = (1 + \sin(x))/2$, montrer que I est convergente et calculer sa valeur.

3 Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

Chap.1 (suite) : Rappels sur les applications linéaires

- 1 Définitions
- 2 Noyau et image
- 3 Représentation matricielle
- 4 Sous-espaces stables par un endomorphisme

Chap.2 : Intégrales : rappels et généralisation

- 1 Rappels sur les intégrales d'une fonction continue sur un segment
 - 1.1 Définition et lien avec les primitives
 - 1.2 Propriétés de l'intégrale
 - 1.3 Intégration par partie et changement de variable
 - 1.4 Sommes de Riemann, théorème de la moyenne
- 2 Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment
- 3 Extension de la notion d'intégrale
 - 3.1 Sur un intervalle du type $[a; b[$ ou $]a; b]$
 - 3.2 Sur un intervalle du type $[a; +\infty[$ ou $] - \infty; a]$
 - 3.3 Sur un intervalle du type $]a; b[$ avec $(a, b) \in \overline{\mathbb{R}}^2$
 - 3.4 Interprétation en termes d'aire sous la courbe
 - 3.5 Intégration par parties et changement de variable