

Programme de Khôlle 6

Semaine du 9 novembre 2020

La colle se déroulera en trois temps :

1. Pratique calculatoire(5-10 minutes)
2. Résolution d'exercices à préparer (15 minutes)
3. Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

1 Question de cours

Démontrer une des propriétés suivantes :

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \times \exp(-x) = 1$ (on rappelle que \exp est, par définition l'unique fonction dérivable sur \mathbb{R} telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$).
En déduire que \exp ne s'annule jamais sur \mathbb{R} .
2. $\forall n \in \mathbb{N}, \exp(n) = e^n$ si e est le réel défini par $\exp(1) = e$.
On admettra la relation fondamentale $\exp(a + b) = \dots$.
3. $\forall n \in \mathbb{N}, \ln(a^n) = n \ln(a)$.

2 Résolution d'exercices à préparer

Chaque élève résoudra un des trois exercices :

Exercice 2.1. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \arcsin(x) - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

1. Donner le domaine de définition de f .
2. Étudier la parité de f .
3. Donner le domaine de dérivabilité de f puis calculer $f'(x)$ sur ce domaine.
4. Dresser le tableau de variation de f .

Exercice 2.2. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \arccos(1 - 2x^2)$$

1. Donner le domaine de définition de f .
2. Étudier la parité de f .
3. Donner le domaine de dérivabilité de f puis calculer $f'(x)$ sur ce domaine.

4. Dresser le tableau de variation de f puis en déduire son tableau de signes.

Exercice 2.3. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \arcsin(2x\sqrt{1-x^2})$$

1. Donner le domaine de définition de f .
Indication : on pourra étudier la fonction $g : x \mapsto 2x\sqrt{1-x^2}$.
2. Étudier la parité de f .
3. Sur quel intervalle I peut-on restreindre l'étude de f ?
4. En posant $x = \sin t$, simplifier l'écriture de f sur I .

3 Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

Chap.9 : Fonctions usuelles

1. Fonction valeur absolue
2. Fonction partie entière
3. Fonction exponentielle
4. Fonction logarithme népérien

5. Les fonctions puissances

On définit x puissance α pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ et tout $\alpha \in \mathbb{R}$.
Étude de ces fonctions (dérivabilité, limites aux bornes).
Croissances comparées.

Chap.10 : Fonctions trigonométriques directes et réciproques

1. Fonctions trigonométriques directes
 - 1.1 Les fonctions sinus et cosinus
 - 1.2 La fonction tangente.

2. Fonction trigonométriques réciproques

- 2.1 Fonction arccosinus
- 2.2 Fonction arcsinus
- 2.3 Fonction arctangente