Devoir-Maison 3

Exercice 0.1. *Démontrer que, pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$*, on a* $2^{n-1} \leq n! \leq n^n$.

Exercice 0.2. *On souhaite démontrer par récurrence que pour tout entier naturel* n *et pour tout réel* $x > 0$*, on a :*

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

1. *La récurrence porte-t-elle sur* n *? Sur* x *? Sur les deux ?*
2. *Énoncer l'hypothèse de récurrence.*
3. *Vérifier que* $(1+nx)(1+x) = 1 + (n+1)x + nx^2$.
4. *Rédiger la démonstration.*

Exercice 0.3. *Résoudre les équations :*

1. $sin(x + \frac{3\pi}{4}) = cos(\frac{x}{4})$
2. $tan(2x) = 1$
3. $cos(2x) + sin(2x) = 0$
4. $\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = 1$